

Domáca úloha č.2

Stredná hodnota spojite sa meniacej veličiny

Vypočítajte strednú hodnotu spojite sa meniacej veličiny ¹, ktorá je opísaná funkciou $f : I \rightarrow (\mathbb{H} \subseteq \mathbb{R})$ na intervale $I = \langle a, b \rangle$.

1. $f(x) = x, \quad I = \langle 0, 1 \rangle$
2. $f(x) = \sin x, \quad I = \langle 0, \pi \rangle$
3. $f(x) = \sin^2 x, \quad I = \langle 0, \pi \rangle$
4. $f(x) = xe^{-x}, \quad I = \langle 0, 2 \rangle$
5. $f(x) = x^2 + 3x + 2, \quad I = \langle 1, 4 \rangle$
6. $f(x) = \ln x, \quad I = \langle 1, e \rangle$
7. $f(x) = x^4, \quad I = \langle -1, 1 \rangle$
8. $f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad I = \langle 1, 2 \rangle$
9. $f(x) = \sqrt{x}, \quad I = \langle 0, 4 \rangle$

Plošný obsah rovinných útvarov

Vypočítajte plošný obsah rovinných útvarov, ktorý je ohraničený zadanými krivkami².

10. $f_1(x) = \frac{1}{2}x^2, \quad f_2(x) = 2 - \frac{3}{2}x$
11. $f_1(x) = \frac{4}{x}, \quad f_2(x) = 5 - x$
12. $f_1(x) = 2 - x^2, \quad f_2(x) = \sqrt[3]{x^2}, \quad x = 0$
13. $f_1(x) = -x^2 + 4x - 2, \quad f_2(x) = 2 - x$
14. $f_1(x) = 2x^2, \quad f_2(x) = x^2, \quad f_3(x) = 1$

¹Pri riešení použite vzťah $\bar{f}_{(a,b)} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$.

²Pri riešení je potrebné nakresliť si všetky krivky a identifikovať predmetnú plochu. Následne nájdite priesečníky kriviek a pomocou určitých integrálov vypočítajte plochu.

Objem rotačných telies

Vypočítajte objem rotačných telies³, ktoré vzniknú otočením krivky $y = f(x)$ okolo osi x na intervale $I = \langle a, b \rangle$.

15. $f(x) = xe^x, I = \langle 0, \ln 4e \rangle$

16. $f(x) = \sqrt{x \sin x}, I = \langle 0, \pi \rangle$

17. $f(x) = 1 - x^2, I = \langle -1, 1 \rangle$

18. $f(x) = b\sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}, I = \langle -a, a \rangle$

³Pri riešení je použité vzťah $V = \pi \int_a^b f^2 dx$.